Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Южно-Уральский государственный университет

(национальный исследовательский университет)

Высшая школа электроники и компьютерных наук

Кафедра «Информационно-измерительная техника»

ОТЧЕТ  
по практической работе №2  
на тему «Эмпирическая функция распределения случайной величины»  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Проверил: доцент

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ Лапин А.П./

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2023 г.

Автор работы:

студент группы КЭ - 214

\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ Туманов А.Г. /

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2023 г.

Челябинск 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc127277771)

1 [ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ 4](#_Toc127277772)

2 [АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ 5](#_Toc127277773)

3 [ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЛЯ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ 7](#_Toc127277774)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 12](#_Toc127277775)

[БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 13](#_Toc127277776)

# ВВЕДЕНИЕ

С каждым годом в мире становится всё больше и больше информации, из-за чего растёт потребность её анализировать. Для анализа данных учёному необходимо знать основы теории вероятности и математической статистики, ведь для исследований учёный должен грамотно провести статистическую обработку экспериментальных данных. Помимо этого, исследователь должен представить информацию в понятной форме. Большое количество исследователей использует именно результат статистической обработки, а не множество исходных данных, поэтому можно сказать, что знание основ теории вероятности и математической статистики является необходимостью, так как без их понимания нельзя будет говорить об итогах проделанного исследования.

Для полного понимания исследуемой темы обратимся к следующим определениям.

Первая задача математической статистики – указать способы сбора и группировки статистических сведений, полученных в результате наблюдений или в результате специально поставленных экспериментов. Вторая задача математической статистики — разрабо­тать методы анализа статистических данных в зависи­мости от целей исследования. [1]

Теория вероятностей есть математическая наука, изучающая закономерности в случайных явлениях. [2]

Случайной называют величину, которая в результате испытаний примет одно и только одно возможное значение, наперед не известное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены. [1]

Генеральной совокупностью называют всю совокупность реализации случайной величины, все возможные наблюдения некоторого показателя, все возможные исходы некоторого испытания. [3]

Выборочная совокупность (выборка) — отобранные из генеральной совокупности объекты.

Эмпирической функцией распределения(функцией рас­пределения выборки) называют функцию ,опреде­ляющую для каждого значения *х* относительную частоту события *.* [1]

Целью данной практической работы является построение эмпирической функции распределения для случайной выборки, состоящей из 100 элементов, с помощью специального алгоритма и сделать выводы об особенностях распределения случайной величины.

Работа выполнена в соответствии с СТО ЮУрГУ 04-2008 [4].

# 1 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

После проведения некоторого эксперимента были получены данные, приведённые в Таблице 1.

Таблица ­– Исходные данные

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 98  11  83  88  99  65  80  74  69  9  52  80  45  68  59  48  12  35  91  89 | 1  50  29  54  46  11  43  9  62  32  77  54  96  2  73  76  56  98  68  5 | 67  31  34  0  48  74  35  17  3  5  14  39  6  86  87  17  17  77  66  14 | 90  80  28  50  51  46  72  40  25  22  56  82  89  75  76  85  70  27  22  56 | 86  77  80  84  49  9  80  72  91  85  7  32  83  1  69  50  15  14  48  14 |

# 2 АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Для того, чтобы построить эмпирическую функцию распределения, мы используем следующий алгоритм:

1) Выборка () преобразуется в вариационный ряд, т.е. ряд данных, расположенных в порядке возрастания;

2) Определяется размах выборки

*,* (1)

где

3) Весь размах выборки делится на k равных интервалов

3.1) При

— формула Стерджесса (2)

3.2) При

(3)

где .

4) Находится длина интервала

(4)

5) Находятся границы интервалов

(5)

где ;

;

;

;

.

и середины интервалов

(6)

где ;

;

;

.

6) Определяется количество элементов выборки, попавших в каждый интервал (частота попадания в интервал) – , где i – номер интервала, ;

7) Находят относительные частоты

И относительные накопленные частоты

# 3 ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЛЯ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

1. Сначала преобразуем исходные данные в вариационный ряд (см. Таблица 2)

Таблица – Вариационный ряд

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 0  1  1  2  3  5  5  6  7  9  9  9  11  11  12  14  14  14  14  15 | 17  17  17  22  22  25  27  28  29  31  32  32  34  35  35  39  40  43  45  46 | 46  48  48  48  49  50  50  50  51  52  54  54  56  56  56  59  62  65  66  67 | 68  68  69  69  70  72  72  73  74  74  75  76  76  77  77  77  80  80  80  80 | 80  82  83  83  84  85  85  86  86  87  88  89  89  90  91  91  96  98  98  99 |

2. Находим в вариационном ряде и и определяем размах выборки по формуле (1)

3. Размер нашей выборки , следовательно воспользуемся формулой Стерджесса (2)

4. Воспользовавшись формулой (4), найдём длину интервала

5. Найдём границы интервалов, используя формулу (5):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Также найдём середины интервалов с помощью формулы (6):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

6. Найдём количество элементов выборки, попавших в интервал

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Сложив все , мы получили число , то есть сумма количества элементов выборки во всех интервалах равна количеству элементов выборки, тем самым мы выполнили проверку подсчёта количества элементов, попавших в интервалы.

7. По формуле (7) найдём относительные частоты

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Относительные накопленные частоты найдём по формуле (8)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Для того, чтобы удобнее воспользоваться полученными характеристиками, представим их в виде Таблицы 3.

Таблица – Данные для построение эмпирических распределений

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер интервала | Границы интервалов | Середины интервалов | Количество элементов в интервале | Относительная частота | Накопленная частота | Относительная накопленная частота | Относительная частота, делённая на  длину интервала |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 0 |  |  |  |  |  |  |
| 1 |  | 5.5 | 14 | 0.14 | 14 | 0.14 | 0.0127 |
|  | 11 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  | 16.5 | 11 | 0.11 | 25 | 0.25 | 0.01 |
|  | 22 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  | 27.5 | 7 | 0.07 | 32 | 0.32 | 0.0064 |
|  | 33 |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  | 38.5 | 6 | 0.06 | 38 | 0.38 | 0.0055 |
|  | 44 |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  | 49.5 | 14 | 0.14 | 52 | 0.52 | 0.0127 |
|  | 55 |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  | 60.5 | 7 | 0.07 | 59 | 0.59 | 0.0064 |
|  | 66 |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  | 71.5 | 17 | 0.17 | 76 | 0.76 | 0.0155 |
|  | 77 |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  | 82.5 | 15 | 0.15 | 91 | 0.91 | 0.0136 |
|  | 88 |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  | 93.5 | 9 | 0.09 | 100 | 1 | 0.0082 |
|  | 99 |  |  |  |  |  |  |

Используя данные из таблицы 3, мы можем построить полигон частот, гистограмму распределения и эмпирическую функцию распределения.

На Рисунке 1 приведён полигон частот, который был построен с помощью значений середин интервалов (Таблица 3, столбец 3) и количества элементов в интервалах (Таблица 3, столбец 4).

Рисунок 1 – Полигон частот СВ

Также мы построили гистограмму распределения (см. Рисунок 2), использовав значения границ интервалов (Таблица 3, столбец 2) и относительной частоты, делённой на ширину интервала (Таблица 3, столбец 8).

Рисунок 2 – Гистограмма распределения СВ

Последний график, который мы получили, это эмпирическая функция распределения (см. Рисунок 3). Построили мы его, основываясь на значениях границ интервалов (Таблица 3, столбец 2) и относительных накопленных частот (Таблица 3, столбец 7).

Рисунок 3 – Эмпирический функция распределения СВ

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

После того, как мы обработали исходные данные, мы можем сделать несколько выводов об особенностях распределения случайной величины:

1. Минимальное значение выборки - 0, а максимальное – 99, размах выборки равен 99.
2. Наибольшее количество значений попало в интервал под номером 7.
3. Наименьшее количество значений попало в интервал под номером 4.
4. Можно сказать, что график несимметричен относительно своего центра.
5. Количество попадающих в интервал значений меняется с каждым интервалом, это значит, что случайная величина распределена неравномерно.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. Изд. 7-е, стер.— М.: Высш. шк., 1999.— 479 с.: ил.
2. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов.— 6-е изд. стер.— М.: Высш. шк., 1999.— 576 с.: ил.
3. Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1429-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/4864 (дата обращения: 15.02.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. СТО ЮУрГУ 04–2008 Стандарт организации. Курсовое и дипломное проектирование. Общие требования к содержанию и оформлению / составители: Т.И. Парубочая, Н.В. Сырейщикова, В.И. Гузеев, Л.В. Винокурова. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2008. – 56 с.